

به نام خدا

امتحان میان‌ترم دوم پدیده‌های بحرانی دانش‌گاه الزهرا- اردیبهشت‌ماه ۹۹

مسئله ۱) روی یک شبکه‌ی یک‌بعدی دوره‌ای با $2N$ جای‌گاه، ($N \gg 1$)، که روی هر جای‌گاه دو حالت $S = \pm 1$ قرار دارند، ضریب جفتش یک‌درمیان تغییر می‌کند

$$H = -J_1 \sum_k S_{2k} S_{2k+1} - J_2 \sum_k S_{2k+1} S_{2k+2}$$

الف- ماتریس انتقال و تابع پارش را به دست آورید.

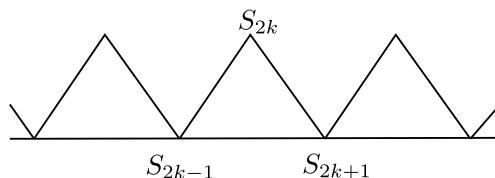
ب- انرژی متوسط دستگاه را به دست آورید.

ج- $\langle S_{2k} S_{2k+1} \rangle$ ، $\langle S_{2k+1} S_{2k+2} \rangle$ و $\langle S_{2k} S_{2k+2} \rangle$ را به دست آورید.

مسئله ۲) مدل آیزینگ از $2N$ ذره با دو حالت $S = \pm 1$ روی یک شبکه‌ای دوره‌ای به طوری که جای‌گاه $2N + 1$ همان جای‌گاه ۱ است را مطابق شکل زیر و با همیلتونی

$$H = -J \sum_k (S_{2k-1} S_{2k} + S_{2k} S_{2k+1} + S_{2k-1} S_{2k+1}) - B \sum_k S_k$$

در نظر بگیرید. ضریب جفت‌شدگی بین هر دو جای‌گاه را J ، میدان مغناطیسی B ، دما T و $N \gg 1$ بگیرد.



الف- ماتریس انتقال را به دست آورید.

ب- در حد میدان مغناطیسی خیلی ضعیف، $\beta B \ll 1$ و با استفاده از تقریب $e^\epsilon \approx 1 + \epsilon$ ، تابع

پارش را تا مرتبه‌ی یک βB محاسبه کنید.

ج- در حد میدان مغناطیسی خیلی قوی، $\beta B \gg 1$ ، تابع پارش را محاسبه کنید. برای این کار

بزرگ‌ترین توان $e^{\beta B}$ را نگه دارید.

د- انرژی متوسط دستگاه در این دو حد را به دست آورید.